

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Московский авиационный институт  
(национальный исследовательский университет)»

Кафедра «Моделирование систем и информационные технологии»

## **Основные понятия описательной статистики**

Методические указания к практическому занятию  
по дисциплине "Математическая статистика"

**Составители:** Егорова Ю.Б.  
Мамонов И.М.

МОСКВА 2020

## ВВЕДЕНИЕ

Цель практического занятия – изучить способы предварительной статистической обработки результатов измерений и основные понятия описательной статистики (генеральная совокупность и выборка, формы записи статистического материала, основные графики, эмпирическая функция распределения, выборочные числовые характеристики).

**ПРИМЕР.** При обследовании 50 членов семей установлено следующее количество членов семьи: 5, 3, 2, 1, 4, 6, 3, 7, 9, 1, 3, 2, 5, 6, 8, 2, 5, 2, 3, 6, 8, 3, 4, 4, 5, 6, 5, 4, 7, 5, 6, 4, 8, 7, 4, 5, 7, 8, 6, 5, 7, 5, 6, 6, 7, 3, 4, 6, 5, 4. Составить простой статистический ряд, вариационный статистический ряд; найти статистическое распределение частот, относительных частот, накопленных частот и частотей; построить полигон, кумуляту; найти эмпирическую функцию распределения, построить ее график; определить выборочные числовые характеристики.

### РЕШЕНИЕ.

- 1) Составим простой статистический ряд – это результаты измерений  $x_i$ , записанные в протоколе испытаний в порядке их получения (табл. 1).

Таблица 1

Простой статистический ряд

<i>№ опыта</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>
$x_i$ , чел	5	3	2	1	4	6	3	7	9	1
<i>№ опыта</i>	<i>13</i>	<i>12</i>	<i>13</i>	<i>14</i>	<i>15</i>	<i>16</i>	<i>17</i>	<i>18</i>	<i>19</i>	<i>20</i>
$x_i$ , чел	3	2	5	6	8	2	5	2	3	6
<i>№ опыта</i>	<i>21</i>	<i>22</i>	<i>23</i>	<i>24</i>	<i>25</i>	<i>26</i>	<i>27</i>	<i>28</i>	<i>29</i>	<i>30</i>
$x_i$ , чел	8	3	4	4	5	6	5	4	7	5
<i>№ опыта</i>	<i>31</i>	<i>32</i>	<i>33</i>	<i>34</i>	<i>35</i>	<i>36</i>	<i>37</i>	<i>38</i>	<i>39</i>	<i>40</i>
$x_i$ , чел	6	4	8	7	4	5	7	8	6	5
<i>№ опыта</i>	<i>41</i>	<i>42</i>	<i>43</i>	<i>44</i>	<i>45</i>	<i>46</i>	<i>47</i>	<i>48</i>	<i>49</i>	<i>50</i>
$x_i$ , чел	7	5	6	6	7	3	4	6	5	4

- 2) Составим вариационный статистический ряд – это результаты измерений  $x_i$ , записанные в порядке возрастания значений (табл. 2)

Таблица 2

Вариационный статистический ряд

<b>№ опыта</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
<b><math>x_i</math>, чел</b>	1	1	2	2	2	2	3	3	3	3
<b>№ опыта</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>
<b><math>x_i</math>, чел</b>	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4
<b>№ опыта</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>	<b>24</b>	<b>25</b>	<b>26</b>	<b>27</b>	<b>28</b>	<b>29</b>	<b>30</b>
<b><math>x_i</math>, чел</b>	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
<b>№ опыта</b>	<b>31</b>	<b>32</b>	<b>33</b>	<b>34</b>	<b>35</b>	<b>36</b>	<b>37</b>	<b>38</b>	<b>39</b>	<b>40</b>
<b><math>x_i</math>, чел</b>	6	6	6	6	6	6	6	6	6	7
<b>№ опыта</b>	<b>41</b>	<b>42</b>	<b>43</b>	<b>44</b>	<b>45</b>	<b>46</b>	<b>47</b>	<b>48</b>	<b>49</b>	<b>50</b>
<b><math>x_i</math>, чел</b>	7	7	7	7	7	8	8	8	8	9

- 3) Составим дискретный статистический ряд, который называется статистическое распределение частот  $n_i$ , относительных частот  $W_i$ , накопленных частот  $n_{\text{нак}}$  и частостей  $W_{\text{нак}}$  (табл. 3).

Таблица 3

<b><math>x_i</math>, чел</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>
<b><math>n_i</math></b>	2	4	6	8	10	9	6	4	1
<b><math>W_i = n_i/n</math></b>	0,04	0,08	0,12	0,16	0,2	0,18	0,12	0,08	0,02
<b><math>n_{\text{нак}}</math></b>	2	6	12	20	30	39	45	49	50
<b><math>W_{\text{нак}}</math></b>	0,04	0,12	0,24	0,4	0,6	0,78	0,9	0,98	1,0

- 4) Построим полигон частот и относительных частот на основе трех первых строк табл. 3 (рис. 1).

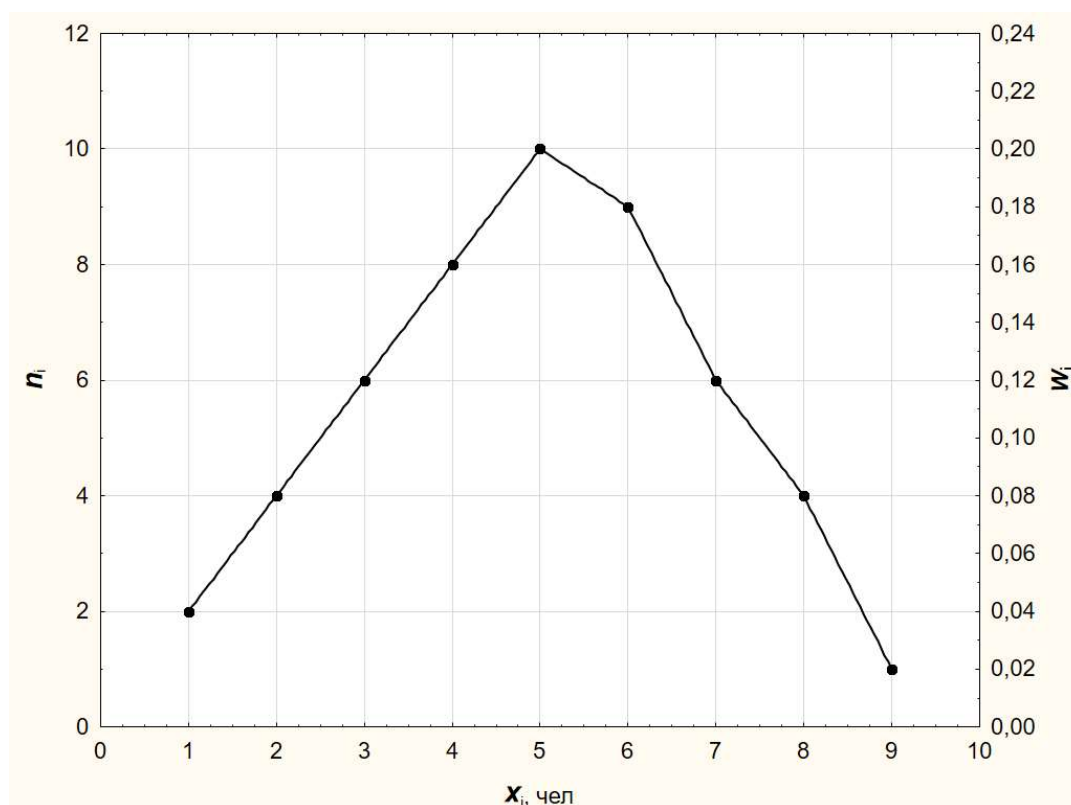


Рис. 1. Полигон частот и относительных частот.

- 5) Построим кумуляту (рис. 2) на основе первой, четвертой и пятой строк табл. 3.

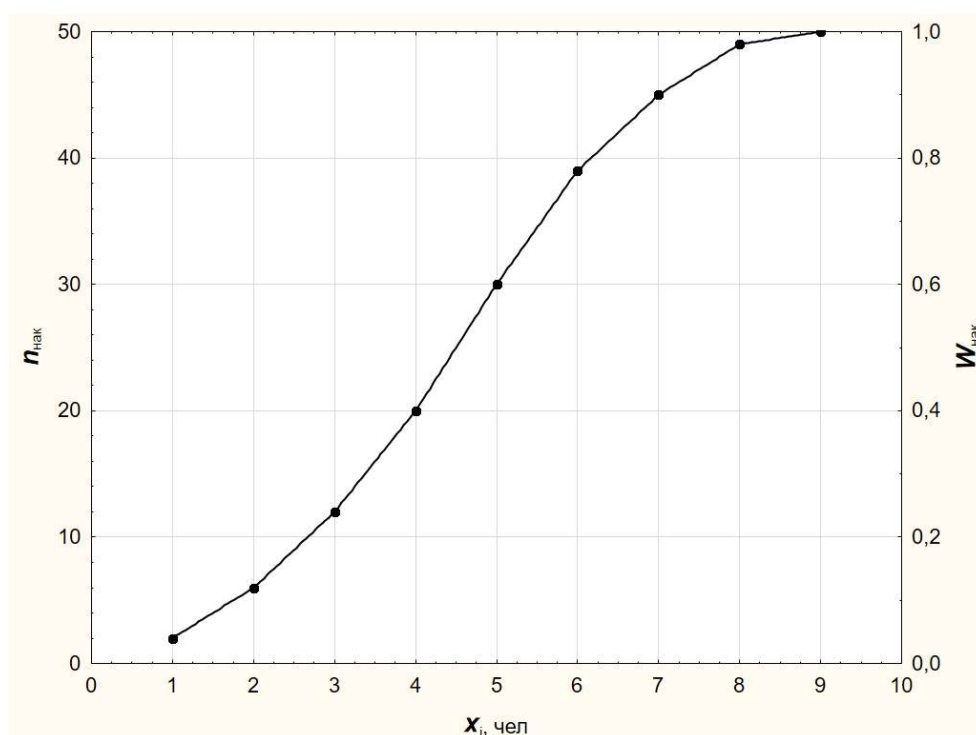


Рис. 2. Кумулята.

- 6) **Найдем** эмпирическую функцию распределения  $F^*(x)$ . Для дискретных случайных величин она является прерывной функцией. Значения  $F^*(x)$  равны накопленным частотам  $W_{\text{нак}}$  (см. табл. 3):

$$F^*(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1, \\ 0,04 & \text{при } 1 < x \leq 2, \\ 0,12 & \text{при } 2 < x \leq 3, \\ 0,24 & \text{при } 3 < x \leq 4, \\ 0,4 & \text{при } 4 < x \leq 5, \\ 0,6 & \text{при } 5 < x \leq 6, \\ 0,78 & \text{при } 6 < x \leq 7, \\ 0,9 & \text{при } 7 < x \leq 8, \\ 0,98 & \text{при } 8 < x \leq 9, \\ 1,0 & \text{при } x > 9 \end{cases}$$

- 7) Построим график эмпирической (статистической) функции распределения (рис. 3).

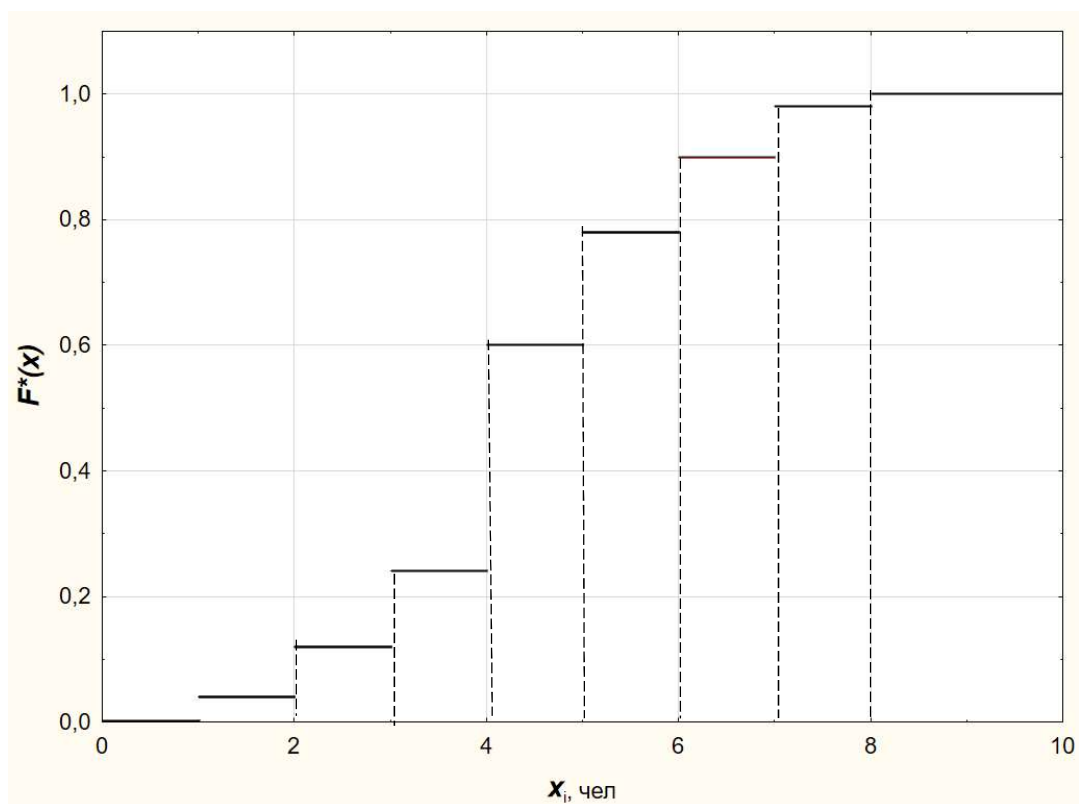


Рис. 3. График эмпирической функции распределения.

8) Определим выборочные числовые характеристики.

8.1) Выборочное среднее

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i n_i}{n} = \frac{247}{50} = 4,94 \text{ чел.}$$

8.2) Выборочная дисперсия

$$D^*(X) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 n_i}{n} = \frac{188,6}{50} = 3,772 \text{ чел}^2.$$

8.3) Среднее квадратическое отклонение

$$\sigma^* = \sqrt{D^*(X)} = \sqrt{3,772} = 1,942 \text{ чел.}$$

8.4) Выборочная мода  $Mo^* = 5$  чел. – значение, которое встречается наибольшее число раз.

8.5) Выборочная медиана  $Me^* = 5$  чел. – значение случайной величины, которое делит вариационный ряд пополам.

8.6) Выборочный коэффициент асимметрии

$$A^* = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3 n_i}{n \sigma^3} = \frac{-30,76}{366,2} = -0,084.$$

8.7) Выборочный эксцесс

$$E^* = \varepsilon^* - 3 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4 n_i}{n \sigma^4} - 3 = \frac{1679,76}{711,16} - 3 = -0,638.$$

8.8) Коэффициент вариации

$$V = \frac{\sigma^*}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{1,942}{4,94} = 39\%.$$

Так как коэффициент вариации больше 35%, можно сделать вывод о том, что изучаемая совокупность является неоднородной.

## **КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

1. Что такое генеральная совокупность и выборка?
2. Какие существуют формы записи статистического материала?
3. Как строится полигон и гистограмма?
4. Как строится кумулята?
5. Дайте определение эмпирической функции распределения.
6. Как найти эмпирическую функцию распределения для дискретных и непрерывных случайных величин?
7. Как строится график эмпирической функции распределения для дискретных и непрерывных случайных величин?
8. Количество членов семьи – это дискретная или непрерывная случайная величина?
9. Какие выборочные числовые характеристики можно определить по результатам измерений изучаемой случайной величины? Что они характеризуют?